

Comment mesurer la hauteur d'une pyramide VII siècles avant notre ère ?
(sur les traces de Thalès...)

Doc n°1 : Théorème : Si D1, D2 et D3 sont trois droites parallèles et $\triangle 1$ et $\triangle 2$ deux droites sécantes à ces trois premières droites, alors :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'} = \frac{BB'}{CC'}$$

Quel charabia !! Comment Thalès en est-il arrivé là ?

Doc n°2 : Qui était Thalès (-625 environ, -527 environ)?

Philosophe grec rendu célèbre par la prédiction d'une éclipse de soleil en -585. On lui doit entre autre le fameux théorème qui porte son nom, ainsi que quelques résultats de géométrie (cercle circonscrit au triangle, angle égaux par le sommet, égalité des angles dans un trilatère [triangle] isocèle, diamètre partage le cercle en deux parties égales, ...). Ces travaux portaient aussi sur la mesure de distances maritimes, la navigation et l'astronomie.

Doc n°3 : Thalès contre la pyramide de Kheops

Les extraits suivants sont tirés du livre "*Le théorème du perroquet*" de Denis GUEDJ

1) Lors d'un voyage en Egypte...

"Poussé par les vents étésiens,[...] le navire [...] arriva en vue des côtes égyptiennes, pénétra dans le lac Maréotis où Thalès s'embarqua sur une felouque qui devait remonter le Nil."

"Après quelques jours d'un long voyage interrompu par de nombreux arrêts dans les villes bordant le fleuve, il l'aperçut. Dressée au milieu d'un large plateau, non loin de la rive, la pyramide de Kheops ! Thalès n'avait jamais rien vu d'aussi imposant. [...] Tout au long du voyage sur le Nil, les voyageurs l'avaient pourtant averti. Les dimensions du monument dépassaient tout ce qu'il avait imaginé.[...]"

2) Le défi

"Un fellah sans âge s'accroupit à ses côtés. [...] «Pharaon et ses architectes ont voulu nous convaincre à admettre qu'entre cette pyramide et nous il n'y a aucune commune mesure! »[...]"

Ce monument volontairement démesuré le défiait. Depuis 2000 ans, l'édifice construit pourtant par la main des hommes restait hors de portée de leur connaissance. Quels qu'aient été les buts du pharaon, il restait une évidence : la hauteur de la pyramide était impossible à mesurer. Elle était la construction la plus visible du monde habité et elle était la seule à ne pouvoir être mesurée ! Thalès voulut relever le défi."

3) L'idée de Thalès

"[...] Enfin il leva les yeux, le soleil lançait ses rayons terribles. Thalès venait de trouver son allié ! [...] «Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne. Il en déduisit ceci : à l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur ! »

I) Et maintenant, peux-tu faire comme Thalès ?

- 1) Construit la pyramide à partir du patron ci-joint. Tu découvriras la pyramide ainsi que son ombre dans les conditions décrites par Thalès.
- 2) Fais un schéma en coupe de la pyramide faisant apparaître l'ombre de la pyramide, les rayons du soleil ainsi que l'angle entre ces rayons et le sol.
- 3) Donne la hauteur de la pyramide (en cm) en expliquant ta méthode de détermination.

II) Résultats de Thalès

"Il n'avait sous la main qu'une corde et il lui fallait une unité de mesure. Il utilisa le *thalès*, c'est-à-dire sa propre taille. Avec la corde, dont la longueur avait été ajustée à sa taille, il mesura l'ombre. Il trouva 18 *thalès*. Puis il mesura le côté de la base et trouva 134 *thalès*."

- 1) Quelle est la hauteur de la pyramide en *thalès* ?

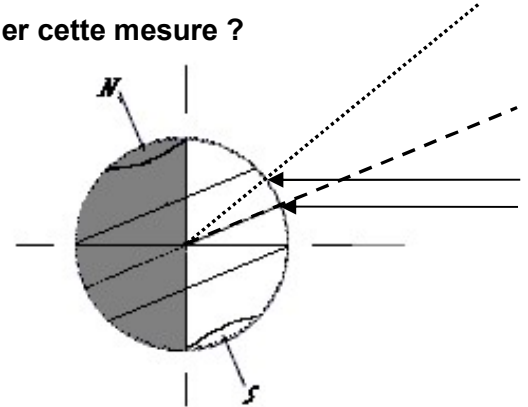
"Or, en mesure locale, le *thalès* valait 3,25 coudées égyptiennes".

- 2) Quelle est la hauteur de la pyramide en coudées ?
- 3) Sachant qu'une coudée égyptienne mesurait 0,525 mètre, quelle est la hauteur de la pyramide en mètres ?

III) Quelles sont les conditions nécessaires pour effectuer cette mesure ?

Pour effectuer sa mesure, Thalès a attendu le jour où l'angle entre les rayons du soleil et le sol était de 45° .

- 1) Quel est l'endroit sur terre où la méthode de Thalès est inutilisable ?
- 2) L'axe de rotation de la terre est incliné de 23° . Indique cet angle sur le schéma.
- 3) Quel est l'angle entre les rayons du soleil et la verticale de l'équateur ? Indique cet angle sur le schéma.
- 4) La pyramide de Kheops est située à une latitude de 30° . Indique cet angle sur le schéma.



La terre au solstice d'hiver (22 décembre)

On notera L , latitude du lieu; α_{max} , l'angle maximum que font les rayons du soleil avec la terre avec le sol et α_{min} , l'angle minimum que font les rayons du soleil avec la terre avec le sol. On peut montrer (la démonstration n'est pas demandée) que :

$$\begin{array}{ll} \alpha_{max} = 90 - (L - 23) & \text{pour } L > 23^\circ \\ \alpha_{max} = 90^\circ & \text{Pour } L < 23^\circ \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \alpha_{min} = 90 - (L + 23) & \text{pour } L < 67^\circ \\ \alpha_{min} = 0^\circ & \text{pour } L > 67^\circ \end{array}$$

- 5) Que vaut α_{max} et α_{min} lorsque l'on se situe près de la pyramide de Kheops ?
- 6) Pourquoi la méthode de Thalès était-elle utilisable à cette latitude ?
- 7) Peut-on mesurer la hauteur de la tour Eiffel avec cette méthode ? ($L = 45^\circ$) Pourquoi ?
- 8) Peut-on mesurer la hauteur de la cathédrale de Quito (située en équateur) avec cette méthode ?